

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛИНГВИСТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Математика»

Москва 2009

Составители:
Фисенко С.И., Клевцов В.В.

Программа вступительного испытания рассмотрена на заседании
Ученого совета МГЛУ от 26 января 2009 года Протокол № 1.

Цели и задачи вступительного испытания.

Выяснение состояния знаний абитуриентов по курсу «Математика».

Проверка умения мыслить по существу поставленных проблем и при необходимости дать их развернутый анализ.

Умение применять теоретические методы при решении конкретных математических задач.

Требования к знаниям и умениям абитуриентов.

В соответствии со школьной программой по курсу «Математика».

Время, отводимое на проведение вступительного испытания.

180 минут.

Учебно-методическое и иное обеспечение вступительного испытания.

Базовый учебник

Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 1999.

Основная литература

Учебники по математике для средней школы, 7-11 классы.

Дополнительная литература

Математика: 2600 тестов и проверочных заданий для школьников и поступающих в вузы. Алтынов П.И. и др. - М.: Дрофа, 1999. - 304 стр.

Сборник задач по математике для поступающих во втузы (с решениями). Под ред. М.И. Сканави. Кн.1, 2. М.: Высшая школа, 1997.

Шарыгин И.Ф. Математика для поступающих в вузы. М.: Дрофа, 1999, 420 стр.

Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика, справочник для поступающих в вузы. М: АСТ-ПРЕСС, 2001, 576 стр.

3600 задач для школьников и поступающих в вузы. Звавич Л.И. и др. - М.: Дрофа, 1999.

Пособие по математике для поступающих в вузы. Под ред. Г.Н. Яковлева. М.: Наука, 1988.

Методические указания абитуриентам для прохождения вступительного испытания.

Знать содержание вопросов, выносимых на испытание по «Математика» (в соответствии с программой вступительного экзамена), уметь их раскрыть в доступной форме.

Критерии и показатели оценки уровня знаний абитуриентов. Порядок оценки уровня знаний и умений.

В зависимости от уровня знаний абитуриентом полученных заданий, полноты ответа, умения творчески размышлять по выносимым на экзамен вопросам.

Математика

Программа вступительного испытания

Алгебраические уравнения.

Тема 1. Элементарные функции и графики.

Основные элементарные функции. Декартова прямоугольная система координат. Понятие функции. График функции. Область определения и множество значений. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Наименьший положительный период. Монотонные функции. Локальный экстремум. Преобразование графиков. Сдвиг, растяжение, зеркальная симметрия, центральная симметрия.

Линейная функция. Уравнение прямой в различных формах. Угловой коэффициент прямой. Условие возрастания линейной функции. Условие параллельности двух прямых на плоскости. Условие перпендикулярности двух прямых на плоскости.

Квадратный трехчлен, парабола. Выделение полного квадрата. Промежутки возрастания, промежутки убывания, точка экстремума, множество значений квадратного трехчлена.

Дробно-линейная функция. Гипербола. Асимптоты гиперболы. Оси симметрии. Функции с модулем. Композиция линейной функции и модуля. Композиция квадратичной функции и модуля. Композиция дробно-линейной функции и модуля. Линейная функция с двумя модулями. Квадратный трехчлен с двумя модулями. Дробно-линейная функция с двумя модулями.

Тема 2. Изображение на координатной плоскости множеств, заданных уравнениями и неравенствами.

Множества, определяемые линейными уравнениями и неравенствами. Множества на плоскости. Параллельный перенос, растяжение, зеркальная и центральная симметрия. Преобразование подобия. Преобразование зеркального отражения относительно прямой. Расстояние от точки до начала координат. Расстояние между двумя точками. Расстояние от прямой до начала координат. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Уравнение с модулем, определяющее пару параллельных прямых. Неравенство, определяющее полосу.

Однородное уравнение второй степени, определяющее пару пересекающихся прямых. Вычисление угла между пересекающимися прямыми. Неравенство второго порядка, определяющее пару углов. Уравнение второй степени, определяющее пару параллельных прямых. Однородное неравенство второй степени, определяющее полосу. Свойства симметрии фигур, описываемых уравнениями и неравенствами с одним и несколькими модулями.

Фигуры на плоскости, определяемые уравнениями и неравенствами, включающими $|x|$ и $|y|$ в различных комбинациях.

Множества, определяемые квадратными уравнениями и неравенствами. Уравнение окружности. Неравенство, определяющее круг. Система неравенств, определяющая круговой сегмент. Система неравенств, определяющая круговой сектор. Графическое решение уравнений и систем уравнений, включающих уравнения окружностей, прямых, квадратов и других простейших фигур. Вычисление наименьшего расстояния от точки до плоского множества с границей, состоящей из композиции отрезков и окружностей. Вычисление расстояний между плоскими множествами без применения элементов математического анализа.

Вычисление площади окружности, сектора, сегмента. Вычисление наибольшего и наименьшего значений выражений с двумя переменными в области на плоскости.

Тема 3. Алгебраические уравнения.

Линейные и квадратные уравнения. Линейные уравнения без параметра и с параметром. Квадратные уравнения. Условие разрешимости, условие единственного решения, условие неразрешимости. Различные формулы для корней квадратного уравнения.

Теоремы Виета. Вычисление коэффициентов квадратного уравнения с заданными корнями. Вычисление симметрических функций от корней через коэффициенты. Квадратные уравнения с параметром. Уравнения, приводящиеся к квадратным с помощью замены переменной. Методы решения дробно-рациональных уравнений.

Алгебраические уравнения старших степеней. Метод понижения порядка алгебраических уравнений. Биквадратные уравнения. Симметрические уравнения. Методы разложения на множители для уравнений старших степеней. Уравнения, содержащие знак абсолютной величины.

Тема 4. Алгебраические неравенства.

Решение неравенств. Числовые неравенства. Равносильные преобразования неравенств. Линейные неравенства. Квадратные неравенства. Дробно-линейные неравенства. Неравенства, содержащие модуль и несколько модулей. Тожественные неравенства. Среднее арифметическое и среднее геометрическое двух неотрицательных чисел. Свойства суммы двух взаимно обратных чисел.

Метод интервалов. Метод интервалов для многочлена. Метод интервалов для рациональной функции. Метод интервалов для иррациональной функции.

Тема 5. Системы алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений. Понятие равносильных систем, понятие следствия. Системы линейных алгебраических уравнений, имеющие единственное решение. Графический метод. Метод исключения неизвестных. Метод алгебраических преобразований. Вычисление линейной функции от решения линейной системы методом алгебраических преобразований.

Простые текстовые задачи, приводящие к линейным системам. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, не имеющие решений или имеющие бесконечное множество решений. Геометрическая интерпретация. Линейные системы с параметром. Условие единственного решения, отсутствия решений, бесконечного числа решений. Системы, приводящиеся к линейным с помощью замены переменной.

Системы нелинейных алгебраических уравнений. Виетовские системы. Метод решения, условие разрешимости. Системы, содержащие однородные уравнения. Симметрические системы. Метод замены переменных для решения систем.

Тема 6. Алгебраические выражения.

Алгебраические преобразования выражений с целыми степенями. Формулы сокращенного умножения и деления. Преобразование выражений с модулями. Разложение на множители числовых выражений и выражений с параметрами. Деление многочленов. Преобразование дробно-рациональных выражений. Алгебраические выражения.

Алгебраические преобразования выражений с дробными степенями. Извлечение квадратного корня из полного квадрата числового выражения и выражения с параметром. Сложные радикалы. Избавление от иррациональности в знаменателе числового выражения и выражения с параметром. Сравнение иррациональных выражений. Числовые оценки иррациональных выражений без параметров.

Тема 7. Иррациональные уравнения и неравенства.

Метод замены переменной. Функция, график. Область определения, множество значений. Корни третьей, четвертой и старших степеней. Графический метод решения иррациональных уравнений и неравенств. Метод замены переменной. Использование одной и двух новых переменных.

Тема 8. Натуральные, целые, действительные числа.

Целые, рациональные, действительные числа. Деление натуральных чисел с остатком и без остатка. Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Десятичная запись натуральных и целых чисел. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9. Признаки делимости на составные числа 6, 10, 12, 18, 36, 45, 72 и т.д.

Иррациональные числа. Иррациональность и некоторых других алгебраических констант. Множество действительных чисел, числовая прямая. Сравнение действительных чисел. Модуль действительного числа. Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями. Приведение периодической десятичной дроби к рациональному виду. Представление рационального числа в виде периодической десятичной дроби.

Уравнения и системы в целых числах. Линейные уравнения в целых числах. Системы линейных уравнений в целых числах. Нелинейные уравнения в целых числах. Системы нелинейных уравнений в целых числах. Условия целочисленности рациональной функции.

Тема 9. Текстовые задачи.

Понятие процентного отношения. Двукратное применение процентного отношения. Двухкомпонентные и многокомпонентные объекты.

Понятие сложных процентов. Основные закономерности сложных процентов. Прирост капитала в банке.

Тема 10. Тригонометрические функции и тригонометрические формулы.

Тригонометрические функции. Тригонометрический круг. Измерение углов в радианах и градусах. Число π . Расположение точек 1, 2, 3, 4, 5, 6 радиан на тригонометрическом круге. Определение тригонометрических функций числового аргумента. Частные значения.

Графики. Четные и нечетные функции. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшие и наименьшие значения. Множество значений. Корни основных тригонометрических функций. Знаки тригонометрических функций. Периодичность основных тригонометрических функций. Вычисление периода суммы нескольких тригонометрических функций.

Тригонометрические формулы. Формулы приведения. Формулы двойного и половинного угла. Вычисление тригонометрических функций для углов, кратных 15 градусам. Основные формулы тригонометрии. Формулы сложения и умножения. Преобразование тригонометрических выражений с модулями.

Тема 11. Обратные тригонометрические функции.

Обратные тригонометрические функции, свойства и графики. Область определения и множество значений обратных функций. Формулы сложения обратных функций. Композиция тригонометрической функции и обратной тригонометрической функции. Композиция обратной тригонометрической функции и тригонометрической функции.

Тема 12. Планиметрические задачи, треугольники.

Основные линии в треугольнике. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Основные свойства биссектрисы. Вычисление длины биссектрисы. Основные свойства медианы. Вычисление длины медианы. Основные свойства высоты. Вычисление длины высоты.

Вписанная и описанная окружности. Формулы для площади треугольника. Равнобедренный треугольник. Вычисление радиусов вписанного и описанного круга.

Тригонометрические соотношения в треугольнике. Теорема синусов. Теорема косинусов. Подобие треугольников.

Тема 13. Показательная и логарифмическая функции.

Показательная функция. Свойства степеней с рациональным показателем. Понятие о степени с произвольным показателем. Показательная функция. Свойства степеней с произвольным показателем. Сравнение значений показательной функции. Множество значений квадратного трехчлена с показательной функцией. Множество значений многочлена с показательной

функцией. Множество значений показательной функции с квадратным трехчленом в показателе.

Логарифмическая функция. Определение логарифма и его свойства. Логарифмическая функция. Логарифмические тождества. Преобразование логарифмических выражений. Сравнение логарифмов. Множество значений квадратного трехчлена с логарифмической функцией. Множество значений логарифмической функции с квадратным трехчленом в показателе. Множество значений логарифмической функции с независимой переменной в основании.

Тема 14. Показательные и логарифмические уравнения.

Показательные уравнения. Элементарные показательные уравнения. Показательные уравнения, приводящиеся к квадратным. Показательные уравнения, разлагающиеся на множители. Однородные показательные уравнения. Замена переменных в показательных уравнениях.

Логарифмические уравнения. Элементарные логарифмические уравнения. Логарифмические уравнения, приводящиеся к квадратным. Логарифмические уравнения, разлагающиеся на множители. Однородные логарифмические уравнения. Замена переменных в логарифмических уравнениях. Показательно-логарифмические уравнения

Тема 15. Показательные и логарифмические неравенства.

Показательные неравенства. Элементарные показательные неравенства. Показательные неравенства, приводящиеся к квадратным. Показательные неравенства, разлагающиеся на множители. Однородные показательные неравенства. Замена переменных в показательных неравенствах.

Логарифмические неравенства. Элементарные логарифмические неравенства. Логарифмические неравенства, приводящиеся к квадратным. Логарифмические неравенства, разлагающиеся на множители. Равносильные преобразования логарифмических неравенств. Проблемы, связанные с изменением ОДЗ при выполнении логарифмических преобразований. Показательно-логарифмические неравенства.

Тема 16. Задачи с параметром.

Линейные и квадратные уравнения, неравенства и системы с параметром. Линейные уравнения, неравенства и системы с параметром. Квадратные уравнения, системы и неравенства с параметром. Условия, при которых заданный промежуток расположен между корнями (вне корней) квадратного уравнения. Условия, при которых все числа заданного промежутка являются решениями квадратного неравенства.

Системы квадратных неравенств с параметром. Уравнения и неравенства с ограничениями, зависящими от параметра. Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами. Уравнения с параметром в правой части. Связь со множеством значений.

Квадратные уравнения и неравенства относительно параметра. Квадратные уравнения относительно параметра. Алгебраические уравнения старших степеней, которые можно рассматривать как квадратные уравнения относительно параметра.

Тригонометрические уравнения относительно параметра. Показательные и логарифмические уравнения относительно параметра. Иррациональные уравнения относительно параметра. Решение уравнений и неравенств на плоскости (параметр, переменная).

Тема 17. Графические методы решения уравнений и систем с параметром.

Уравнения прямой и параболы. Пересечение прямой и параболы. Взаимное расположение ломаной и параболы. Взаимное расположение двух парабол. Композиция тригонометрической функции и обратной тригонометрической функции. Композиция обратной тригонометрической функции и тригонометрической функции.

Уравнение окружности. Пересечение прямой и окружности. Взаимное расположение ломаной линии и окружности. Взаимное расположение окружности и параболы. Уравнение окружности с модулями.

Тема 18. Планиметрические задачи, многоугольники и окружности.

Многоугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат. Трапеция. Метрические соотношения в четырехугольниках общего вида. Свойства четырехугольника, в который вписана окружность. Свойства четырехугольника, вокруг которого можно описать окружность. Окружности. Измерение углов и дуг, связанных с окружностью. Вписанные и центральные углы.

Свойство пересекающихся хорд в окружности. Свойство касательной и секущей. Метрические соотношения в круге.

Тема 19. Координатно-векторный метод.

Векторы на плоскости. Обозначение и изображение векторов. Координаты вектора. Арифметические операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Длина вектора. Вычисление длины проекции вектора на координатные оси.

Применение векторов для решения задач алгебры и планиметрии. Применение векторов для вычисления элементов треугольников и параллелограммов. Применение векторов для решения систем уравнений и неравенств.

Тема 20. Вычисление и применение производной.

Вычисление и применение производной. Определение и геометрический смысл производной. Таблица производных. Правила вычисления производных. Уравнение касательной к графику функции.

Исследование графика функции с помощью производной. Нахождение участков монотонности и локальных экстремумов функции. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.

Среднее арифметическое и геометрическое нескольких положительных величин. Экстремальное значение суммы величин с заданным произведением. Экстремальное значение произведения величин с заданной суммой. Геометрическая интерпретация экстремальных задач. Экстремальное значение квадратичной функции двух переменных.

Тема 21. Последовательности и прогрессии.

Арифметическая прогрессия. Понятие и свойства арифметической прогрессии. Вычисление суммы отрезка натурального ряда. Вычисление суммы

отрезка арифметической прогрессии. Вычисление суммы множества натуральных чисел, определяемых свойствами делимости.

Геометрическая прогрессия. Понятие и свойства геометрической прогрессии. Вычисление суммы отрезка геометрической прогрессии. Задачи на составление уравнений, связанных со свойствами геометрической прогрессии. Задачи, в которых присутствуют одновременно арифметическая и геометрическая прогрессии.

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Уравнения и неравенства, в которых присутствует сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.